

# Moderne Finanztheorie in der Steuerlehre oder umgekehrt?

Ein Beispiel aus der Erbschaftsteuer

Prof. Dr. Markus Diller, Dipl.-Kfm. Thomas Späth

Frühjahrstagung der Kommission Betriebswirtschaftliche  
Steuerlehre, Graz 2010



# Gliederung

- 1 Einführung
- 2 Darstellung der Regelung
- 3 Das Modell unter Sicherheit
  - Herleitung
  - Grafische Analyse
- 4 Das Modell unter Unsicherheit
  - Herleitung
  - Grafische Analyse
- 5 Zusammenfassung

# Einführung

- Die Kenntnis steuerlicher Detailvorschriften nimmt einen breiten Raum in Lehre und Forschung des Fachs Betriebswirtschaftliche Steuerlehre ein.
- Alleinstellungsmerkmal gegenüber anderen Fachrichtungen der Betriebswirtschaftslehre
- In der Forschung verliert jedoch dieses Wissen zunehmend an Wert,
  - da es i.d.R. deutschlandbezogen ist.
  - da es oft nur mit Methoden erforscht werden kann, welche - verglichen mit den übrigen Bereichen der BWL - nicht den state-of-the-art repräsentieren.

# Einführung

- Die Integration grundlegender Wirkungen der Besteuerung (Einführung einer Variable  $\tau$ ) in z.B. finanztheoretische Modelle erfordert oft keine tiefgreifenden steuerlichen Kenntnisse.
- Im Folgenden soll daher anhand eines Beispiels der umgekehrte Fall erläutert werden: Die Erforschung detaillierter steuerlicher Vorschriften mithilfe von Methoden der modernen Finanzmathematik.

# Einführung

- zu untersuchende Vorschrift: Erbschaftsteuerliche Verschonung von Betriebsvermögen
- Forschungsfrage:
  - Wert der Begünstigung
  - Optimale Ausübung des Wahlrechts
  - Effektive Steuerbelastungen
- Bisherige Untersuchungen: Corsten, M./ Simons, D./ Voeller, D. (2010), arqus Working Paper

## Erbstl. Begünstigung des Betriebsvermögens

- Betriebsvermögen wird in Höhe von 85 % (Regelverschonung) oder 100 % (Vollverschonung) von der ErbSt befreit.
- Im Gegenzug müssen zukünftig zwei Bedingungen erfüllt werden:
  - Mindestlohnsumme muss überschritten werden, sonst anteilige Kürzung
  - das Unternehmen darf innerhalb der Behaltensfrist nicht weitergegeben werden, sonst anteilige Kürzung; wird im Folgenden nicht betrachtet.
- Keine Verzinsung einer evtl. Nachzahlung

## Wesentliche Parameter der Regelung

	Regel- verschonung	Vollverschonung
notw. Lohnsumme	400% der AusgangsLS	700% der AusgangsLS
nach	5 Jahren	7 Jahren
Begünstigungsquote	85%	100%

## Modell unter Sicherheit

$$L(l_0, \alpha, T) = \int_0^T l_0 \cdot e^{\alpha \cdot t} dt \quad (1)$$

$$c = \text{Min} \left[ \frac{L(l_0, \alpha, T)}{L^*}, 1 \right] = \text{Min} \left[ \frac{L(1, \alpha, T)}{l^*}, 1 \right] \quad (2)$$

$$s_{eff} = s \cdot (1 - a) + e^{-i_s \cdot T} s \cdot a \cdot (1 - c) = s \cdot \underbrace{\left[ 1 - a \cdot \left( 1 - \overbrace{(1 - c) \cdot e^{-i_s \cdot T}}^{\text{Lohnsummenregel-Einfluss}} \right) \right]}_{\text{effektiver Verschonungsabschlag}} \quad (3)$$



# Grafische Analyse

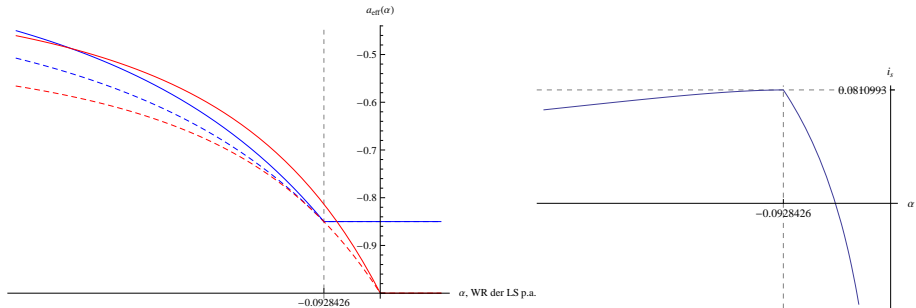


Abbildung: Effektiver Verschonungsabschlag

## Modell unter Unsicherheit

- Unsichere Lohnsummenentwicklung; Prozess?
- Prozess wird anhand von Plausibilitätsüberlegungen abgeleitet:
  - 1 Zuwächse sind normalverteilt.
  - 2 Prozess besitzt die Markov-Eigenschaft (nur die aktuelle Realisation ist für die Zukunft relevant).
  - 3 Lohnsumme kann nur positive Werte annehmen.
- Die Veränderung der Lohnsumme kann als geometrisch Brownsche Bewegung mit Drift  $\alpha$  dargestellt werden, wobei  $dz$  für den Wiener-Prozess steht:

$$dl = \alpha \cdot l \cdot dt + \sigma \cdot l \cdot dz \quad (4)$$

## Lohnsummenverteilung in $T$

- Das Gesetz bezieht seine Begünstigung auf die Summe der Lohnsummen p. a. ( $\sum \tilde{l}_t = \tilde{L}_T$ ) in  $T$ .
- Die Verteilung der Summe von log-normalverteilten Zufallsgrößen ist unbekannt.
- Prinzipiell Monte-Carlo-Simulation möglich, allerdings:
  - sehr langsam
  - kaum c.p.-Analysen möglich
- Alternative: die Ableitung einer Näherung

## Lohnsummenverteilung in T

- 1 Die Momente der  $\sum l_t$  bzw. des Durchschnitts können berechnet werden.
- 2 Über die Annahme einer Lognormalverteilung in T ist eine gute Näherung möglich, vgl. Mitchell (1968).
  - Die Momente dieser Verteilung müssen mit den ermittelten Momenten übereinstimmen (Wilkinson Ansatz).
- Ähnliches Problem tritt bei der Bewertung von asiatischen Optionen auf (hier wählen z.B. Turnbull/ Wakemann (1991) diesen Lösungsansatz).

## Ableitung der Verteilungsfunktion

- 1 Die Momente erster und zweiter Ordnung zu den verschiedenen Zeitpunkten betragen (vgl. Hull(2009), S. 690; Naus(1969); Hamdan(1971);Schwartz /Yeh(1982);):

$$m_1 = \frac{e^{\alpha \cdot t} - 1}{\alpha \cdot t} \quad (5)$$

$$m_2 = \frac{2 \cdot e^{2 \cdot \alpha + \sigma^2 t}}{t^2 (\alpha + \sigma^2) (2 \cdot \alpha + \sigma^2)} + 2 \cdot \frac{\left( \frac{1}{2 \cdot \alpha + \sigma^2} - \frac{e^{\alpha \cdot t}}{\alpha + \sigma^2} \right)}{t^2 \alpha} \quad (6)$$

- 2 Die zentralen Momente der ersten und zweiten Ordnung einer Lognormalverteilung sind:

$$\mu_T = e^{\lambda_1 + \frac{\lambda_2^2}{2}} \quad (7)$$

$$\sigma_T^2 = e^{2\lambda_1 + \lambda_2^2} \left( -1 + e^{\lambda_2^2} \right) \quad (8)$$

Es muss gelten:

$$m_1 = \mu_T \quad (9)$$

$$m_2 - m_1^2 = \sigma_T^2 \quad (10)$$

Die Parameter der Lognormalverteilung in T sind:

$$\lambda_1 = 2\log(m_1) - \frac{\log(m_2)}{2} \quad (11)$$

$$\lambda_2 = \sqrt{\log(m_2) - 2\log(m_1)} \quad (12)$$

## Näherungslösung contra MCS

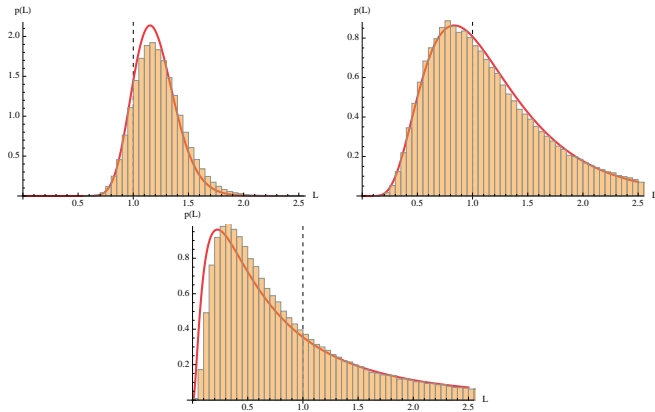


Abbildung: MCS contra Näherung

## Integration der Lohnsummenregelung

- Die zu erwartende Erfüllungsquote kann folgendermaßen beschrieben werden

$$E(c(l^*)) = \overbrace{\frac{1}{l^*} \int_0^{l^*} p(L) \cdot L dL}^{G(l^*)} + \overbrace{\int_{l^*}^{\infty} p(L) dL}^{1-F(l^*)} \quad (13)$$

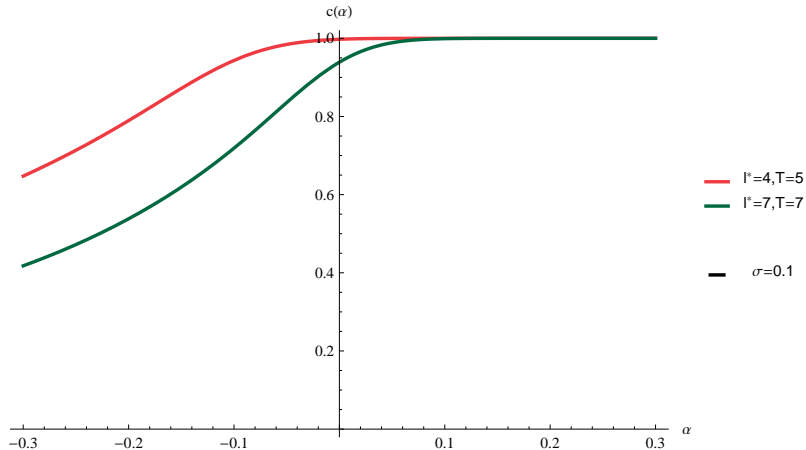
Durch Umformung erhält man:

$$F(l^*) = \Phi\left(\frac{\log(l^*) - \lambda_1}{\lambda_2}\right) \quad (14)$$

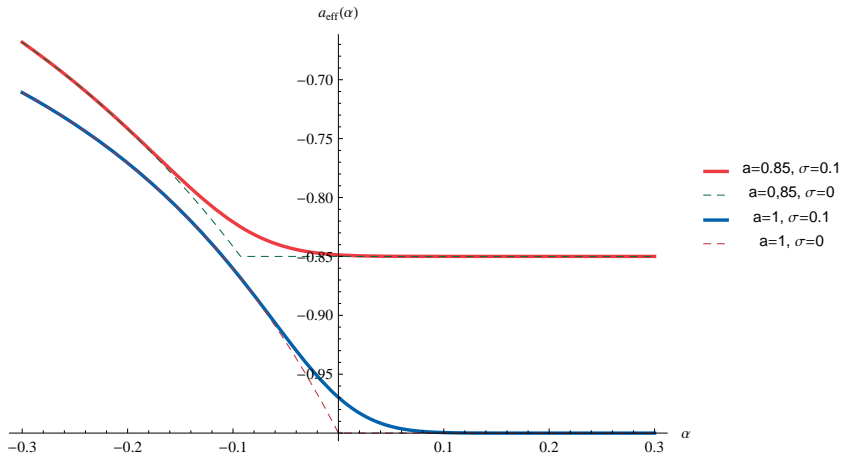
$$\begin{aligned} G(l^*) &= \frac{1}{l^*} \int_0^{l^*} p(L) \cdot L dL \quad (15) \\ &= -\frac{1}{l^*} e^{\frac{\lambda_2^2}{2} + \lambda_1} \cdot \left( \Phi\left(-\frac{\log(l^*) - \lambda_1}{\lambda_2} + \lambda_2\right) - 1 \right) \end{aligned}$$



## Erw. Erfüllungsquote $c$ in Abhk. von der Wachstumsrate

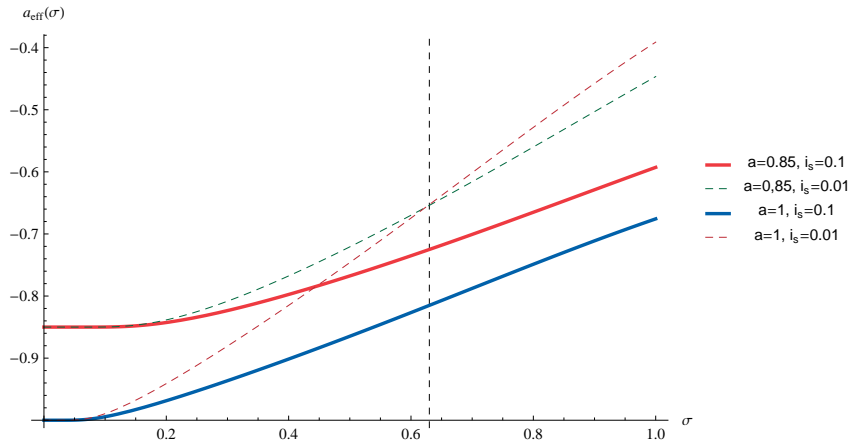


# Erw. Effektiver Verschonungsabschlag in Abh. von der Wachstumsrate



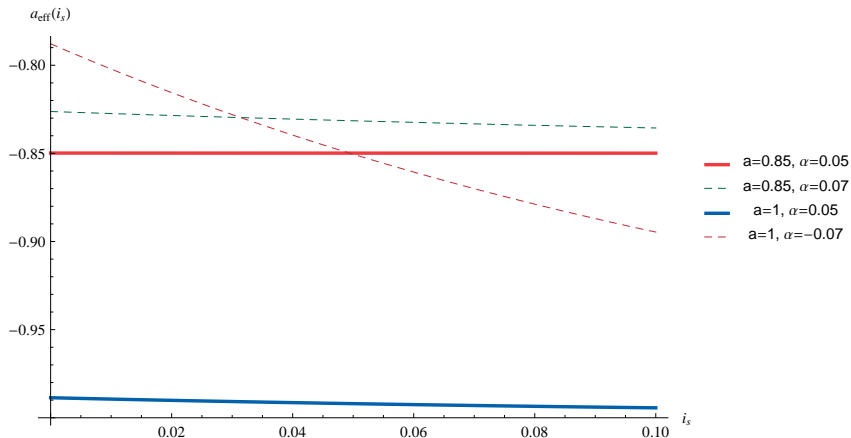
# Einfluss wichtiger Parameter

## Standardabweichung ( $\alpha = 0.05$ )



# Einfluss wichtiger Parameter

Zinssatz ( $\delta = 0.1$ )



## Zusammenfassung und Diskussion

- Bei Akzeptanz der Prämissen ist es möglich, für einen risikoneutralen Entscheider eindeutige, erwartungswertbasierte Entscheidungsregeln zu formulieren.
- -> wissenschaftlich fundierte Berücksichtigung des Risikos im Rahmen der Steuerplanung
- Diskussion:
  - Akzeptanz derartiger Modelle in der Praxis (notwendig?) oder doch lieber Daumenregeln?
  - Entzieht sich die steuerliche Realität der Abbildung durch derartige Modelle?
  - Rechtfertigt die steuerplanerische Analyse einzelner nationaler Vorschriften den Einsatz relativ komplexer Methoden?
  - Oder lieber doch finanztheoretische Modelle mit ein wenig Steuerlehre?

Vielen Dank für ihre Aufmerksamkeit!

